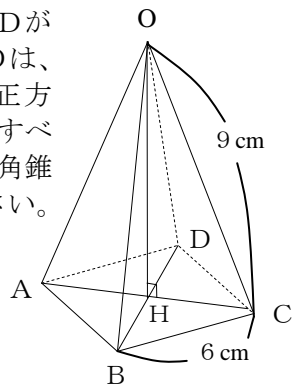


48

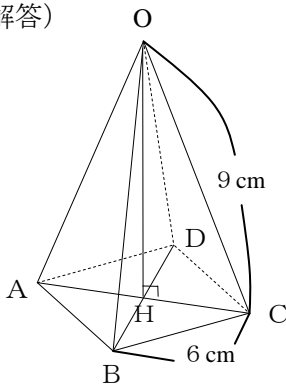
正四角錐の高さと体積→47、平面 68 へ

年 組 番 名前

(例1) 正四角錐OABCDがあります。底面ABCDは、1辺の長さが6cmの正方形で、ほかの辺の長さはすべて9cmです。この正四角錐の高さと体積を求めなさい。



(解答)



△OAHが直角三角形だということに注目する。

底面の正方形ABCDの対角線の交点をHとすると線分OHの長さがこの正四角錐の高さである。

△OAHで、∠OHA=90°だから、三平方の定理より、 $OH^2=OA^2-AH^2$

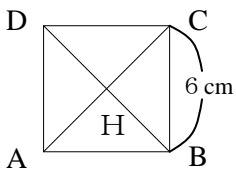
また、OA=9cm

$$AH = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} AB = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

AB:AC=1:√2なので、 $AC=\sqrt{2}AB$
また、AHはACの半分だから、 $AH=\frac{1}{2}\sqrt{2}AB$

$$\begin{aligned} \text{だから、} OH^2 &= 9^2 - (3\sqrt{2})^2 \\ &= 81 - 18 \\ &= 63 \end{aligned}$$

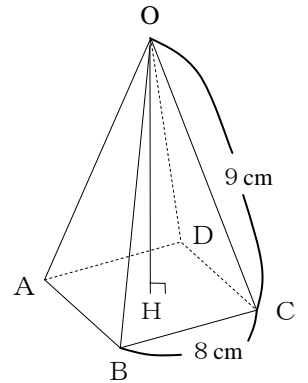
したがって、 $OH=3\sqrt{7}$ cm
この正四角錐の体積をV cm³とすると、底面積は6² cm²、高さは3√7 cm



$$\text{だから、} V = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{7} = 36\sqrt{7}$$

答 高さ $3\sqrt{7}$ cm、体積 $36\sqrt{7}$ cm³

(問1) 底面が1辺8cmの正方形で、ほかの辺の長さがすべて9cmである正四角錐の高さと体積を求めなさい。



底面の正方形ABCDの対角線の交点をHとすると、線分OHの長さがこの正四角錐の高さである。

△OAHで、∠OHA=90°だから、三平方の定理より、 $OH^2=OA^2-AH^2$
また、OA=9cm

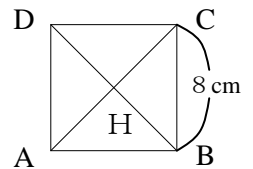
$$\begin{aligned} AH &= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} AB \\ &= 4\sqrt{2} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{だから、} OH^2 &= 9^2 - (4\sqrt{2})^2 \\ &= 81 - 32 \\ &= 49 \end{aligned}$$

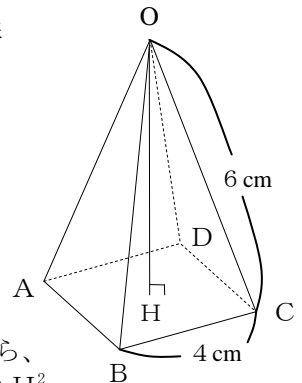
したがって、OH=7cm
この正四角錐の体積をV cm³とすると、底面積は8² cm²、高さは7cm

$$\text{だから、} V = \frac{1}{3} \times 8^2 \times 7 = 84$$

答 高さ 7 cm、体積 84 cm³



(問2) 底面が1辺4cmの正方形で、ほかの辺の長さがすべて6cmである正四角錐の高さと体積を求めなさい。



底面の正方形ABCDの対角線の交点をHとすると、線分OHの長さがこの正四角錐の高さである。

△OAHで、∠OHA=90°だから、三平方の定理より、 $OH^2=OA^2-AH^2$
また、OA=6cm

$$\begin{aligned} AH &= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} AB \\ &= 2\sqrt{2} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{だから、} OH^2 &= 6^2 - (2\sqrt{2})^2 \\ &= 36 - 8 \\ &= 28 \end{aligned}$$

したがって、 $OH=2\sqrt{7}$ cm
この正四角錐の体積をV cm³とすると、底面積は4² cm²、高さは2√7 cm

$$\text{だから、} V = \frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{7} = \frac{32\sqrt{7}}{3}$$

答 高さ $2\sqrt{7}$ cm、体積 $\frac{32\sqrt{7}}{3}$ cm³

